解析幾何　第１０週演習問題

(1) C を平面の区分的に滑らかな単純閉曲線とし, D を C に囲まれた平面の領域とする．このとき D の面積は $\dfrac{1}{2}\displaystyle\oint_C (xdy - ydx)$ と表されることを示せ.

(2) 平面の領域 D を $D = \{(x, y) \mid 0 \leqq x \leqq 1,\ 1 \leqq y \leqq 2\}$ とし, C を D の境界とする．このとき以下に与えられた関数の組 (f, g) に対し, 線積分 $\displaystyle\oint_C (fdx + gdy)$ を求めよ:

(2-1) $(f(x, y), g(x, y)) = (x, x^2)$;

(2-2) $(f(x, y), g(x, y)) = (y^3, x^2)$;

(2-3) $(f(x, y), g(x, y)) = (x^3y^3, x^4y^2)$;

(2-4) $(f(x, y), g(x, y)) = (3x^5y^4 + 5x^4y^3, 2x^6y^3 + 3x^5y^2)$.

(3) a を正数とし, $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leqq a^2,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0\}$ とする．C を D の境界とする．このとき以下に与えられた関数の組 (f, g) に対し, 線積分 $\displaystyle\oint_C (fdx + gdy)$ を求めよ:

(3-1) $(f(x, y), g(x, y)) = (y^2, xy)$;

(3-2) $(f(x, y), g(x, y)) = (-xy^2, x^2y)$;

(3-3) $(f(x, y), g(x, y)) = (x^2y, -xy^2)$;

(3-4) $(f(x, y), g(x, y)) = (4x^7y^4 - 2x^5y^3, 2x^8y^3 - x^6y^2)$.