

母平均, 母平均の差の推定 問題 1 解答

- 1 自由度 15 の t 分布における両側 1% 点, 両側 5% 点, 両側 10% 点を t 分布の数値表からそれぞれ求めよ.

[解]: 数値表から自由度が $k = 15$ で $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1$ の箇所の数値を見つければよいので,

$$t_{15}(0.01) = 2.9467, \quad t_{15}(0.05) = 2.1315, \quad t_{15}(0.1) = 1.753.$$

- 2 K 大学の学生の身長は正規分布に従うとする. K 大学学生を無作為に選択して 16 人の身長を測定したとき, 測定値の平均が 174 (cm) で, 不偏分散の値が 36 であった. このとき信頼度 95% および 99% で K 大学生全体の身長の平均を t 分布を用いて区間推定せよ.

[解]: K 大学生の身長全体を母集団とし, 母集団分布は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ である. 標本サイズが少ないため, 母分散 σ^2 が未知の場合における母平均 μ の区間推定を行う. 信頼度 $100(1 - \alpha)\%$ における母平均 μ の信頼区間 I は,

$$I = \left(\bar{x} - t_{n-1}(\alpha) \sqrt{\frac{u^2}{n}}, \bar{x} + t_{n-1}(\alpha) \sqrt{\frac{u^2}{n}} \right)$$

と求められる. ここで $\bar{x}$ は標本平均, u^2 は不偏分散, $t_{n-1}(\alpha)$ は自由度 $n - 1$ における t 分布の両側 $100\alpha\%$ 点を表している.

ここで自由度 $16 - 1 = 15$ の t 分布における両側 5% 点および 1% 点は,

$$t_{15}(0.05) = 2.1315, \quad t_{15}(0.01) = 2.9467.$$

このとき信頼度 95% における母平均の信頼区間は

$$I = \left(174 - t_{15}(0.05) \sqrt{\frac{36}{16}}, 174 + t_{15}(0.05) \sqrt{\frac{36}{16}} \right).$$

以上より, 信頼度 95% での信頼区間は $170.803 \leq \mu \leq 177.197$.

同様の計算により信頼度 99% における母平均の信頼区間は

$$I = \left(174 - t_{15}(0.01) \sqrt{\frac{36}{16}}, 174 + t_{15}(0.01) \sqrt{\frac{36}{16}} \right).$$

したがって, 信頼度 99% での信頼区間は $169.58 \leq \mu \leq 178.42$ である.