

不偏推定量, 一致推定量, 最尤推定量 問題 1

ある母集団 A における無作為標本を X_1, X_2, \dots, X_n とし, その実現値を x_1, x_2, \dots, x_n とする.

- 1 母集団 A の母集団分布が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$, すなわち確率密度関数が

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

であるとき, 母平均 μ と母分散 σ^2 の最尤推定量を求めよ.

- 2 母集団 A の母集団分布が指数分布 $Ex(\lambda)$, すなわち確率密度関数が

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (\lambda > 0; x \geq 0)$$

であるとき, 母数 λ の最尤推定量を求めよ.

- 3 母集団 A の母集団分布がポアソン分布 $Po(\lambda)$, すなわち確率関数が

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (\lambda > 0; k = 0, 1, 2, \dots)$$

であるとき, 母数 λ の最尤推定量を求めよ.

- 4 母集団 A の母集団分布が二項分布 $B(m, p)$, すなわち確率関数が

$$P(X = k) = \binom{m}{k} p^k (1-p)^{m-k} \quad (0 < p < 1; k = 0, 1, 2, \dots, m)$$

であるとき, m は既知として母数 p の最尤推定量を求めよ.

- 5 母集団 A の母集団分布が対数正規分布, すなわち確率密度関数が

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}x} e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (x > 0)$$

であるとき, 母数 μ, σ^2 の最尤推定量を求めよ.