

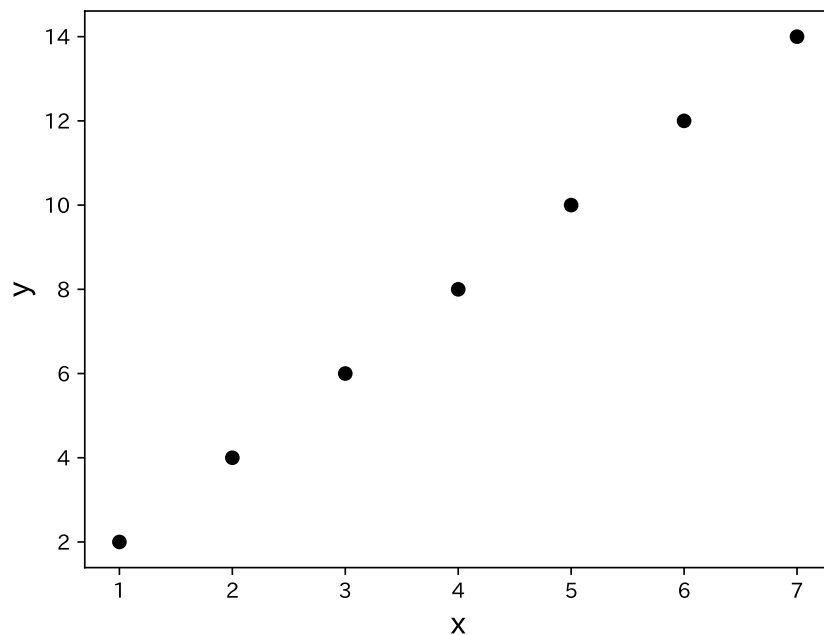
データの整理II 散布図, 相関係数, 回帰直線 問題1 解答

1 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5	6	7
x	1	2	3	4	5	6	7
y	2	4	6	8	10	12	14

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



(2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 4.0$, $\bar{y} = 8.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 40.0$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 8.0.$$

(3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 2.0$, $s_y = 4.0$ となる. したがって相関係数は

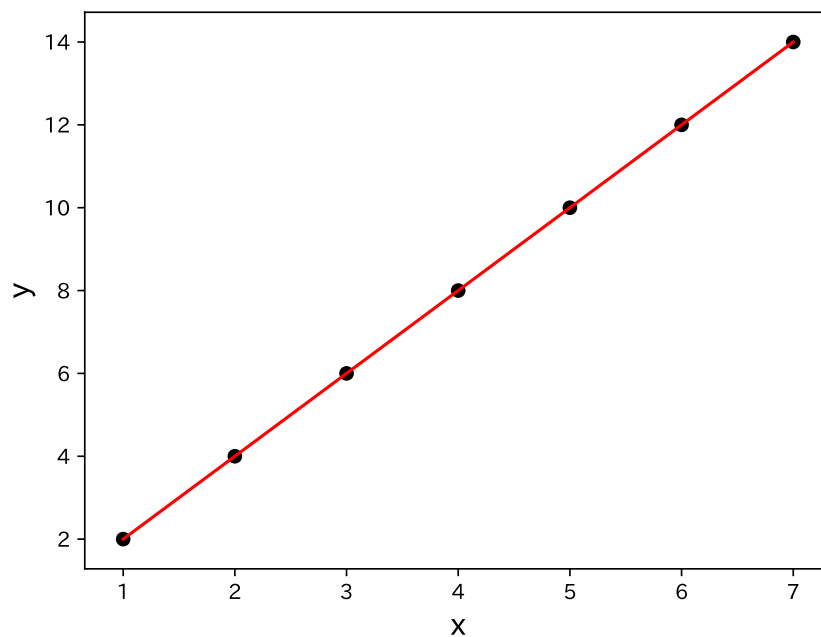
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 1.0.$$

(4) x に対する y の回帰直線を求めよ.

[解]: 求める回帰直線を $y = ax + b$ とおくと, 係数 a, b は $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ で求められる. 計算すると $a = 2.0$, $b = 0$ より, 回帰直線は

$$y = 2.0x.$$

散布図に回帰直線を引くと以下のようになる.

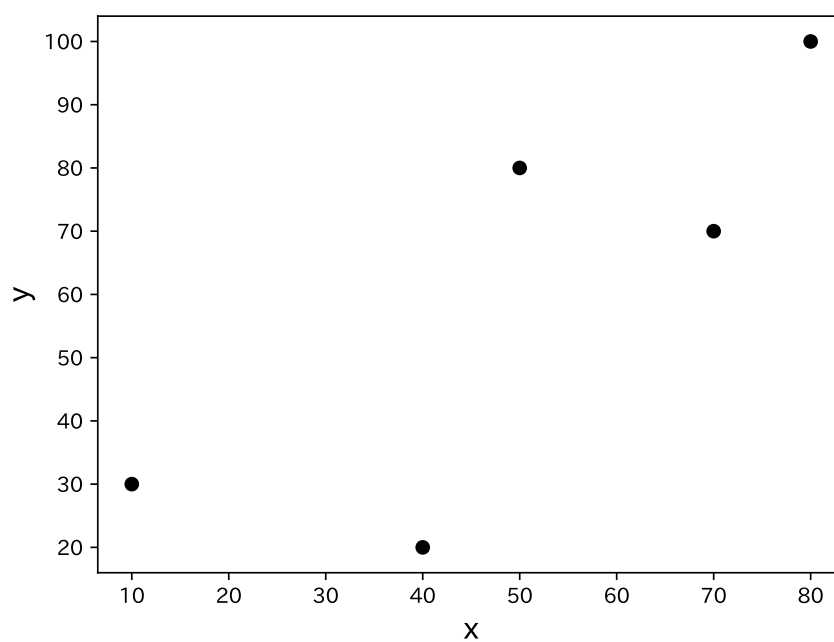


2 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5
x	10	40	50	70	80
y	30	20	80	70	100

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



(2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 50.0$, $\bar{y} = 60.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 3600.0$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 600.0.$$

(3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 24.5$, $s_y = 30.3$ となる. したがって相関係数は

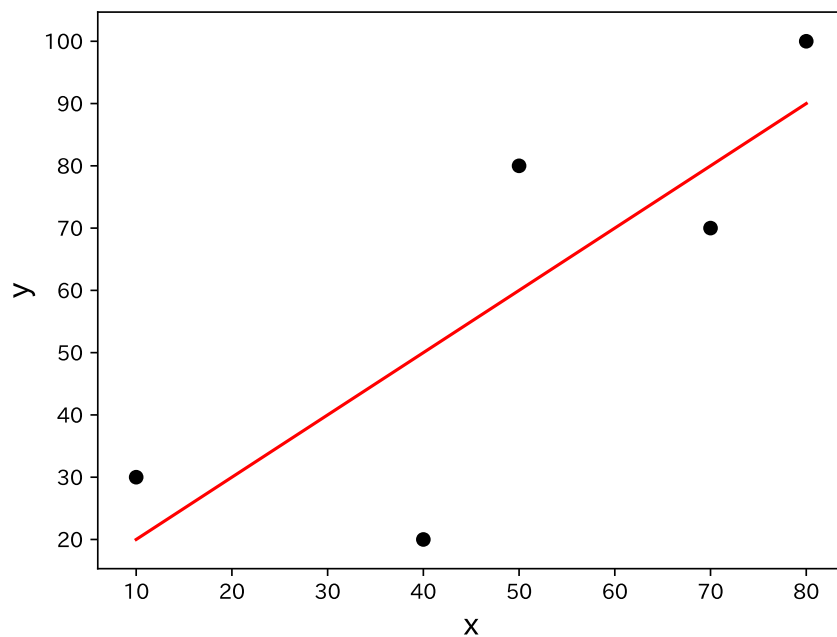
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.808.$$

(4) x に対する y の回帰直線を求めよ.

[解]: 求める回帰直線を $y = ax + b$ とおくと, 係数 a, b は $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ で求められる. 計算すると $a = 1.0$, $b = 10.0$ より, 回帰直線は

$$y = 1.0x + 10.0.$$

散布図に回帰直線を引くと以下ようになる.

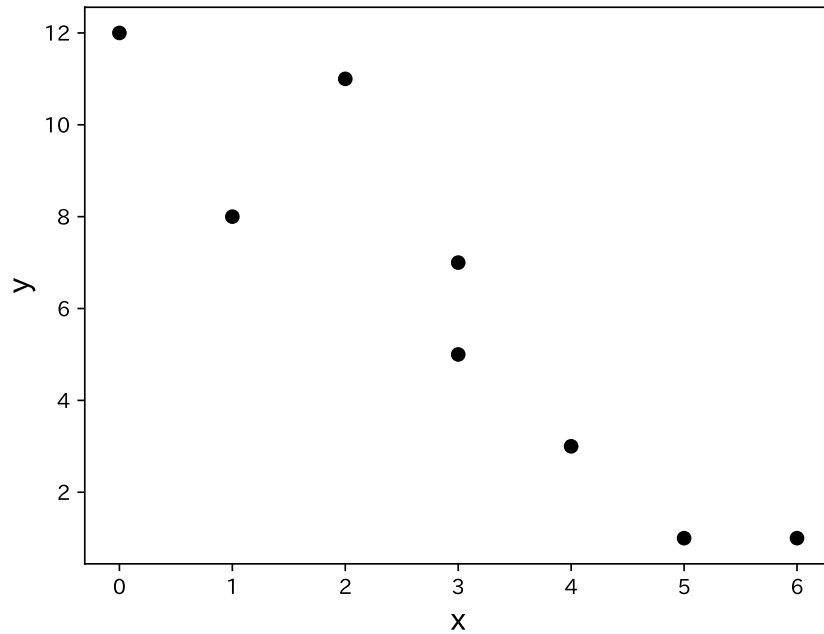


3 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5	6	7	8
x	0	1	2	3	3	4	5	6
y	12	8	11	7	5	3	1	1

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



- (2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 3.0$, $\bar{y} = 6.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 11.125$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = -6.88.$$

- (3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 1.87$, $s_y = 3.97$ となる. したがって相関係数は

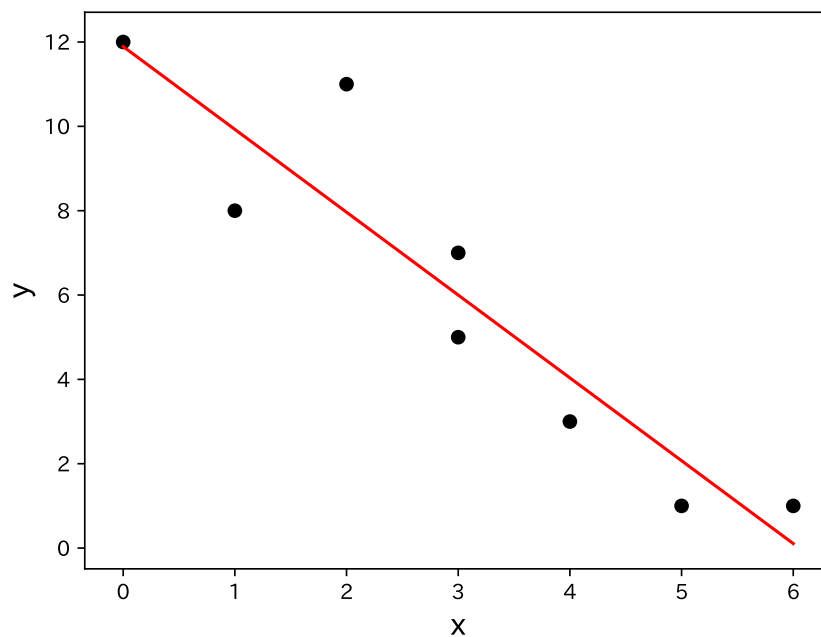
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = -0.926.$$

- (4) x に対する y の回帰直線を求めよ.

[解]: 求める回帰直線を $y = ax + b$ とおくと, 係数 a, b は $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ で求められる. 計算すると $a = -1.96$, $b = 11.9$ より, 回帰直線は

$$y = 11.9 - 1.96x.$$

散布図に回帰直線を引くと以下のようなになる.

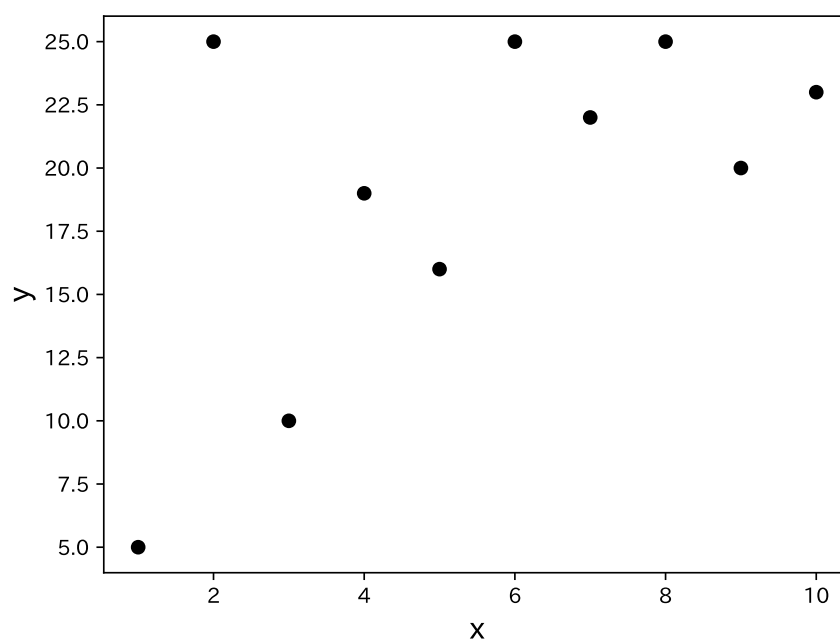


4 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5	25	10	19	16	25	22	25	20	23

(1) 散布図を求めよ。

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる。



(2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ。

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 5.5$, $\bar{y} = 19.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 115.5$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 11.0.$$

(3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 2.87$, $s_y = 6.48$ となる. したがって相関係数は

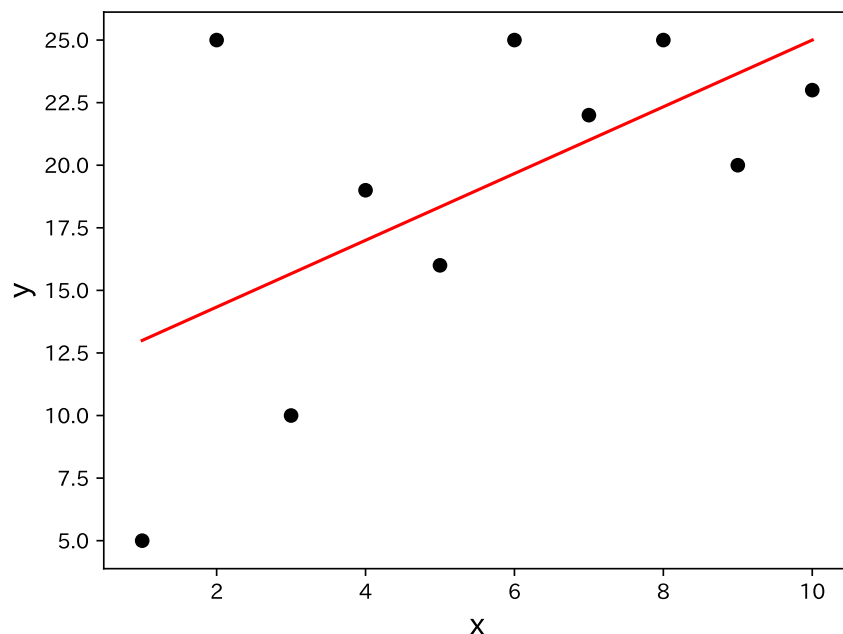
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.591.$$

(4) x に対する y の回帰直線を求めよ.

[解]: 求める回帰直線を $y = ax + b$ とおくと, 係数 a, b は $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ で求められる. 計算すると $a = 1.33$, $b = 11.7$ より, 回帰直線は

$$y = 1.33x + 11.7.$$

散布図に回帰直線を引くと以下ようになる.

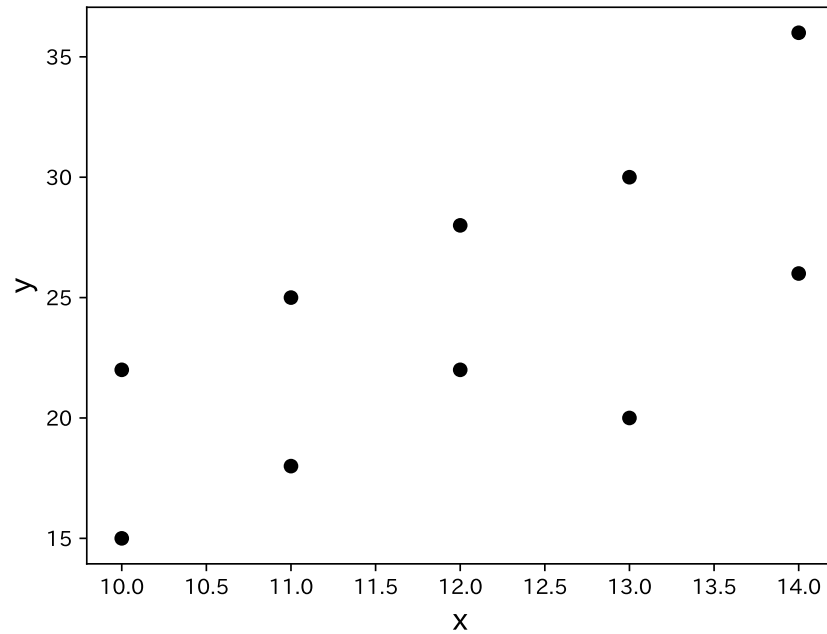


5 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	10	10	11	11	12	12	13	13	14	14
y	15	22	18	25	28	22	30	20	26	36

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



- (2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 12.0$, $\bar{y} = 24.2$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 296.1$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 5.7.$$

- (3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 1.41$, $s_y = 5.84$ となる. したがって相関係数は

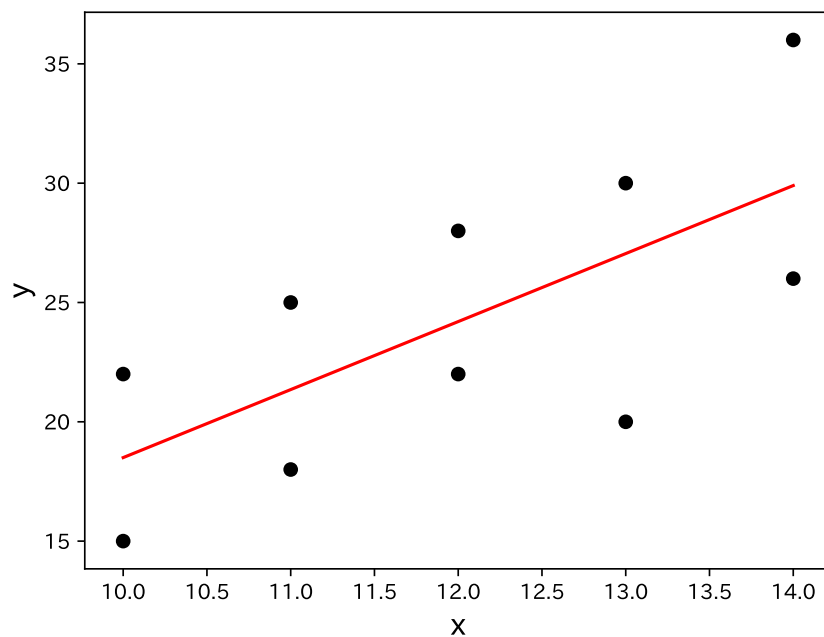
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.69.$$

- (4) x に対する y の回帰直線を求めよ.

[解]: 求める回帰直線を $y = ax + b$ とおくと, 係数 a, b は $a = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b = -a\bar{x} + \bar{y}$ で求められる. 計算すると $a = 2.85$, $b = -10.0$ より, 回帰直線は

$$y = 2.85x - 10.0.$$

散布図に回帰直線を引くと以下のようなになる.

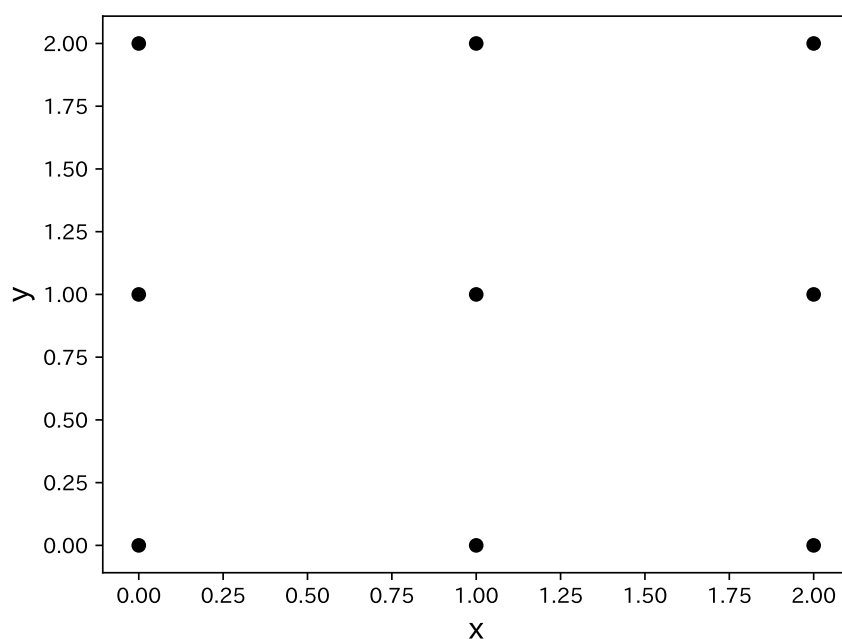


6 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	0	0	0	1	1	1	2	2	2
y	0	1	2	0	1	2	0	1	2

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



(2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 1.0, \bar{y} = 1.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 1.0$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 0.$$

(3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 0.817, s_y = 0.817$ となる. したがって相関係数は

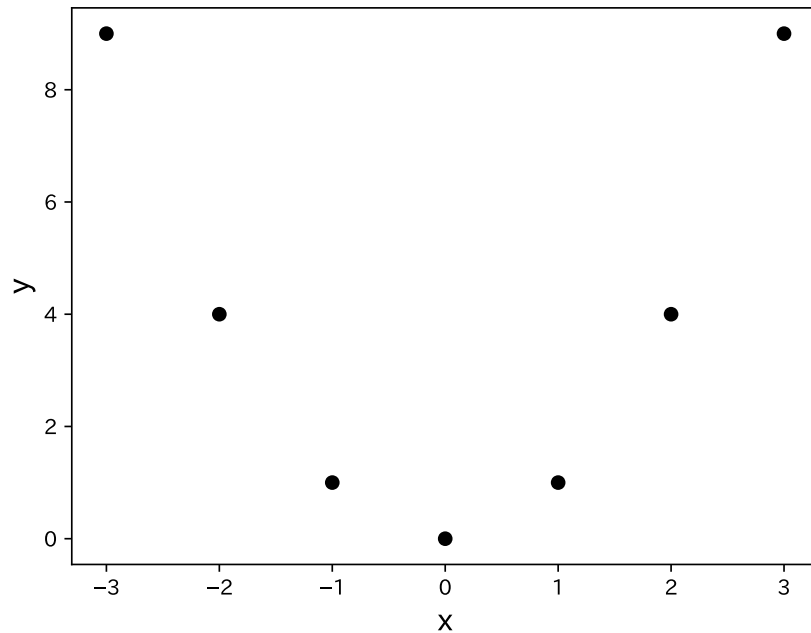
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.$$

7 項目 x と項目 y に関するデータが以下の表として与えられている.

番号	1	2	3	4	5	6	7
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

(1) 散布図を求めよ.

[解]: 横軸を項目 x のデータ, 縦軸を項目 y のデータとしてとると, 散布図は以下のようになる.



(2) 項目 x と項目 y に関する共分散 s_{xy} を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの平均 $\bar{x}$ と項目 y に関するデータの平均 $\bar{y}$ はそれぞれ $\bar{x} = 0, \bar{y} = 4.0$ となる. また, x と y のデータの積の平均 $\overline{xy}$ は $\overline{xy} = 0.0$. したがって, 共分散の値は

$$s_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 0.$$

(3) 相関係数 r を求めよ.

[解]: 項目 x に関するデータの標準偏差 s_x と項目 y に関するデータの標準偏差 s_y を求めると, それぞれ $s_x = 2.0$, $s_y = 3.46$ となる. したがって相関係数は

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = 0.$$