行列の和・積・転置　問題 3

$\boxed{1}$ 次の行列 A に対し, ${}^tA$ を A の転置行列とする．このとき積 $A{}^tA$ と ${}^tAA$ をそれぞれ求めよ.

(1) $A = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}$

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

(4) $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{pmatrix}$

$\boxed{2}$ 行列 A, B, C を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -a & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & a & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \\ b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & -c & 0 & 0 \\ -c & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

とする.

(1) $AB - BA$ を求めよ.

(2) ABC を求めよ.

$\boxed{3}$ $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ とする.

(1) A^2, A^3 を求めよ.

(2) n を自然数として, A^n を求めよ.

$\boxed{4}$ $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ とする.

(1) A^2, A^3 を求めよ.

(2) n を自然数として, A^n を求めよ.

$\boxed{5}$ $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ とする.

(1) A^2, A^3 を求めよ.

(2) n を自然数として, A^n を求めよ.